

## ЛЕКЦИЯ № 1

### Основные принципы ньютоновской механики.

Перемещение на юг или на север происходит утром или вечером. Перемещение в пространстве происходит во времени.

«Мо-цзы», IV в. до н.э.

...Самым великим был Исаак Ньютон.

Вольтер. Философские письма.

Основные принципы (фактически, аксиомы) ньютоновской механики были изложены Ньютоном в его трактате «Математические начала натуральной философии» в 1786 году. Приведем несколько цитат из книги Ньютона для сравнения с современной трактовкой этих принципов.

#### Определения

**массы:** количество материи есть мера таковой, устанавливаемая пропорционально плотности и объему ее;

**импульса:** количество движения есть мера такового, устанавливаемая пропорционально скорости и массе;

**силы:** приложенная сила есть действие, производимое над телом, чтобы изменить его состояние покоя или равномерного прямолинейного движения;

**силы инерции:** врожденная сила материи есть присущая ей способность сопротивления, эта сила всегда пропорциональна массе. От инерции материи происходит, что всякое тело лишь с трудом выводится из своего покоя или движения. Поэтому «врожденная сила» могла бы быть вразумительно названа «силой инерции»;

**времени:** абсолютное, истинное, математическое время само по себе и по самой своей сущности, без всякого отношения к чему-либо внешнему, протекает равномерно;

**пространства:** абсолютное пространство по самой своей сущности, безотносительно к чему бы то ни было внешнему, остается всегда одинаковым и неподвижным.

### **Законы:**

1. Всякое тело продолжает удерживаться в своем состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения, пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменить это состояние.

2. Изменение количества движения пропорционально приложенной движущейся силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует.

3. Действию всегда есть равное и противоположное противодействие.

Эти законы и определения, сформулированные без всяких формул, явились основой (вместе с дифференциальным исчислением) теоретической механики со всем ее математическим аппаратом. На современном языке **основные принципы механики** (некоторые другие принципы, такие как принцип наименьшего действия и принцип Д'Аламбера, будут рассмотрены в следующих лекциях), в основе которых лежат экспериментальные факты, могут быть сформулированы следующим образом.

**Пространство и время.** Наше пространство одномерно, однородно и изотропно (т.е. допускается замена  $t \rightarrow -t$ ). Пространство – трехмерно и эвклидово, т.е. оно однородно, изотропно, и в нем определен пространственный отрезок – расстояние между точками (длина отрезка)

$$l = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} .$$

**Принцип относительности.** Существуют выделенные системы координат (т.н. инерциальные системы), обладающие следующими свойствами: (а) все законы природы во все моменты времени одинаковы во всех инерциальных системах координат и (б) все системы координат, движущиеся относительно инерциальной равномерно и прямолинейно, инерциальны. В инерциальной системе отсчета тело, предоставленное самому себе, движется равномерно и прямолинейно или находится в состоянии покоя.

**Принцип детерминизма.** Начальное состояние механической системы (совокупность начальных координат и скоростей всех материальных точек системы в произвольный момент времени) однозначно определяет все ее движение.

## Комментарии к основным принципам механики.

Основные понятия механики: пространство, время, сила, скорость были сформулированы в Древней Греции в трудах Эвклида (435-365 гг. до н.э.), Архимеда (287-212 гг. до н.э.), Аристотеля (384-322 гг. до н.э.) и других. Уже были сформулированы отмеченные выше свойства пространства и времени, в которых происходит движение тел. Было сформулировано понятие скорости (как отношение пройденного пути ко времени, за который он пройден), которое связывает категории пространства и времени. Но, несмотря на парадокс Зенона, формулировка скорости, как отношения бесконечно малых величин, т.е. как  $dx/dt$ , отсутствовала. Особым был вклад Аристотеля, который первый рассмотрел механику, как *учение о движении*. Им же было введено понятие о *физических законах*, которые постулируются, как результат наблюдений природных явлений. (Несмотря на то, что некоторые законы Аристотеля были сформулированы неправильно).

Следующий этап развития механики относится к XV-XX векам и связан с такими именами, как Коперник, Браге, Кеплер, Галилей, Ньютон, Мопертюи, Лагранж, Эйлер, Д'Аламбер, Гамильтон, Якоби и другие.

Вклад Г.Галилей (1564-1642) в механику неоценим, но сейчас важно отметить формулировку им указанного выше принципа относительности классической механики. Он ввел понятие *инерциальной системы*, так такой, в которой пространство является однородным и изотропным и время – однородно. Т.е. система, в которой выполняется первый принцип механики. Таких систем бесконечное число, и они отличаются тем, что движутся друг относительно друга с постоянной скоростью  $V$ . Свойства пространства и времени и все механические законы в разных инерциальных системах отсчета одинаковы. Это значит, что уравнения, которым подчиняется динамика движущихся тел, (и которых у Галилея не было), должны переходить сами в себя при переходе между инерциальными системами отсчета. При переходе от инерциальной системы  $K$  в инерциальную систему  $K'$ , которая движется относительно системы  $K$  с постоянной скоростью  $\vec{V}$ , координаты и время преобразуются независимо и определяются соотношениями

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{V}t, \quad t = t'. \quad (1.1)$$

Эти формулы называются *преобразованием Галилея*, а принцип относительности Галилея можно сформулировать как требование инвариантности уравнений механики относительно преобразований Галилея.

Из преобразования (1.1) следует, что при переходе между инерциальными системами независимо сохраняются величины введенного выше интервала пространства Эвклида  $l = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$  и временной интервал  $(t_1 - t_2)$ . Позже условие эквивалентности механических законов в разных инерциальных системах было дополнено сохранением скорости света в этих разных системах. Это привело к созданию релятивистской механики, в которой пространственный и временной интервалы в отдельности не сохраняются при переходе между системами, а сохраняется интервал между событиями  $\sqrt{c^2(t_1 - t_2)^2 - (x_1 - x_2)^2 - (y_1 - y_2)^2 - (z_1 - z_2)^2}$ . При этом преобразование Галилея (1.1) заменяется преобразованием Лоренца

$$\vec{r} = \frac{\vec{r}' + \vec{V}t'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad t = \frac{t' + \vec{V}\vec{r}'/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad (1.2)$$

которое переходит в преобразование Галилея (1.1) в пределе малых скоростей  $V/c \ll 1$ .

Что касается сформулированного Ньютоном принципа детерминизма, то из него, в частности, следует, что значения ускорений всех точек могут быть выражены через известные значения координат и скоростей. В теории дифференциальных уравнений задание граничных (по времени) условий для функций (координат) и их первых производных (скоростей) означает, что уравнения должны быть второго порядка. Следовательно, уравнения динамики совокупности материальных точек должны иметь вид  $\ddot{\vec{r}}_i(t) = \vec{f}_i(\vec{r}_i, \dot{\vec{r}}_i, t)$ . Это согласуется с одной из формулировок второго закона Ньютона в виде  $\dot{\vec{P}} = \vec{F}$ , в которой импульс  $\vec{P} = m\vec{V}$  и  $\vec{V} = \dot{\vec{r}}$  – скорость материальной точки. Таким образом, окончательно уравнение Ньютона для точки с номером  $i$  имеет вид:

$$\frac{d}{dt} \left( m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} \right) = \vec{F}_i \left( \vec{r}_j, \frac{d\vec{r}_j}{dt}, t \right), \quad (1.3)$$

где  $\vec{r}_j$  – декартовы координаты всех точек системы. В частном случае, когда скорости  $d\vec{r}_j/dt$  не входят в правую часть (1.3), она может быть представлена в виде  $\vec{F}_j = -\partial U / \partial \vec{r}_j$ , где  $U(\vec{r}_j, t)$  – потенциальная энергия системы. В этом случае сила в правой части – *потенциальная сила*. Член в левой части со знаком минус Д'Аламбером было предложено называть *силой инерции* –  $\vec{I}_i = -m_i \ddot{\vec{r}}$ . Теперь уравнение Ньютона может быть переписано в виде

$$\vec{I}_i + \vec{F}_i = 0. \quad (1.4)$$

В таком виде уравнение Ньютона соответствует *принципу Д'Аламбера*, согласно которому любая система сил в любой момент находится в равновесии, если добавить к активным силам силы инерции. Обобщение уравнения (1.4), включающее силы реакции, возникающие в системах со связями будет рассмотрено в следующей лекции.

Создание ньютоновской механики впервые продемонстрировало современный научный подход, заключающийся в сборе данных наблюдения на первом этапе, классификация их и формулировку феноменологических законов на следующем этапе, создание далее теории и, наконец, проверка теории целенаправленным экспериментом. В современной науке эта цепочка занимает обычно несколько лет или месяцев. В случае классической механики каждый шаг занимал жизнь поколения. Первым шагом можно считать гелиоцентрическую модель Н.Коперника (1473-1543) и многолетние наблюдения Тихо Браге (1546-1601) за движением планет («звезды» Марс). «Таблицы» Тихо Браге с результатами 16-летнего наблюдения за движением Марса послужили тем набором фактов, которые позволили И.Кеплеру (1571-1630), разделявшего взгляды Коперника, сформулировать феноменологические законы движения планет. Эти три замечательных закона сводятся к следующему.

**Первый закон.** Все планеты движутся по эллипсам, в одном из фокусов которых (общем для всех планет) находится Солнце (Рис1.1).

**Второй закон.** Движение планет таково, что за равные промежутки времени отрезок, соединяющий планету с Солнцем, заметает равные площади:  $S_1 = S_2$ . Это значит, что в перигелии скорость орбитального движения планеты максимальна, а в афелии минимальна (Рис.1.2).

**Третий закон.** Отношение куба среднего удаления планеты от Солнца к квадрату периода обращения ее вокруг Солнца есть величина постоянная для всех планет.  $((R_2 / R_1)^3 = (T_2 / T_1)^2$  на Рис.1.3).

Эти результаты Кеплер опубликовал в завершающей книге «Гармония мира» со словами: «Жребий брошен. Я написал книгу либо для современников, либо для потомков; мне безразлично – для кого».

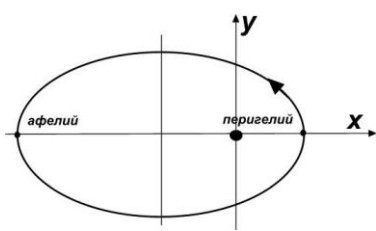


Рис.1.1

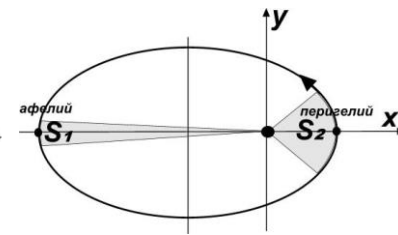


Рис.1.2

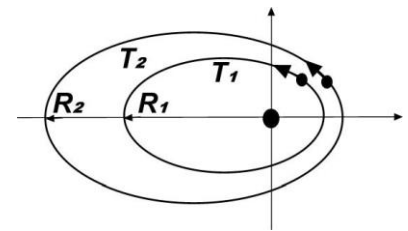


Рис.1.3

После смерти Кеплера и формулировки И.Ньютоном (1643-1727) уравнений механики, т.е. уравнений (1.3) с известной силой в правой части – силы гравитационного взаимодействия, также найденной Ньютоном, стало возможным решение задачи о планетарном движении. Решение этой задачи, которое мы рассмотрим на Лекции № , показало полное согласие теории с законами Кеплера. Это явилось подтверждением правильности законов механики, сформулированных до этого феноменологически.